АДЫГЕЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ADYGHE STATE UNIVERSITY

Математика для всех

Семинар
Применение матричной алгебры

Карпенко Юрий Александрович

Институт точных наук и цифровых технологий
Кафедра алгебры и геометрии

Одним из основных методов решения экономических задач является матричный метод. На данный момент особенно актуально использование матриц для создания баз данных, ведь вся информация обрабатывается и хранится в матричной форме.

	Types (sectors) of production	End product	Sum of output
Types (sectors) of production	Quadrant I $x_{11}x_{12} \dots x_{1l}$ $x_{21}x_{22} \dots x_{2l}$ $\dots$ $x_{l1}x_{l2} \dots x_{ll}$	Quadrant II Y_1 Y_2 $\cdot\cdot$ Y_l	X_1 X_2 $\cdot\cdot$ X_l
Input of primary resources	Quadrant III $Z_1Z_2 \dots Z_l$	Quadrant IV	
Sum of inputs	$X'_1X'_2 \dots X'_l$		

Впервые матрица появилась в Древнем Китае и носила название «волшебный квадрат». Чуть позже она стала известна и арабским математикам. В конце XVII века швейцарский ученый Габриэль Крамер разработал свою теорию, а в 1751 году опубликовал один из методов решения систем линейных уравнений «правило Крамера». Также в этот период был создан «метод Гаусса». Огромный вклад в развитие теории матриц в середине XIX внесли такие известные ученые как Уильям Гамильтон и Артур Кэли. Наряду с ними развивали данную теорию немецкие математики Карл Вейерштрасс и Фердинанд Георг Фробениус, а также, французский математик Мари Энмон Камиль Жордан. В 1850 году Джеймс Сильвестр ввел современное понятие матрицы.

Таким образом, в математике появился раздел, который называется матричной алгеброй. Матричная алгебра имеет очень важное значение в экономике. Обуславливается это тем, что матричный метод позволяет в достаточно простой и понятной форме записывать различные экономические процессы и объекты. Одним из примеров может послужить таблица распределения ресурсов по различным отраслям (табл. 1).

Таблица 1

Распределение ресурсов

Ресурсы	**Отрасли экономики**		
	Промышленость	**Сельское хозяйство**	**Торговля**
Трудовые ресурсы	4,8	6,7	7,1
Водные ресурсы	3,1	2,5	5,8
Электро-энергия	5,6	4,3	3,4

Данная таблица может быть записана в виде матрицы:

$$A=\begin{pmatrix}4{,}8 & 6{,}7 & 7{,}1\\ 3{,}1 & 2{,}5 & 5{,}8\\ 5{,}6 & 4{,}3 & 3{,}4\end{pmatrix}$$

Так, например, элемент матрицы $a_{22} = 25$ показывает, сколько водных ресурсов потребляет сельское хозяйство, а элемент матрицы $a_{13} = 7{,}1$ показывает, сколько трудовых ресурсов потребляет торговля.

Другим примером может служить следующая задача:

предприятие выпускает три вида продукции C_1, C_2, C_3 и на производство данной продукции использует два вида сырья K_1, K_2:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

где каждый элемент a_{ij} показывает, сколько сырья j-того типа может быть израсходовано на производство продукции i-того типа. Стоимость каждого типа сырья задана матрицей-столбцом

$$C = \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix},$$

а план выпуска продукции задан матрицей-строкой $B = (90 \;\; 130 \;\; 50)$.

Таким образом, мы получим: затраты на сырьё

$K_1 = 4 \times 90 + 2 \times 130 + 1 \times 50 = 670$ (единиц),

а стоимость второго сырья

$K_2 = 3 \times 90 + 6 \times 130 + 5 \times 50 = 1300$ (единиц).

Следовательно, общая стоимость сырья

$P = 670 \times 60 + 1300 \times 40 = 92200$ может быть записана в виде матрицы: $P = K \times C = (BA)C = 92200$.

Отметим, что общую стоимость сырья P можно вычислить и в ином порядке: для начала, вычислим матрицу Z стоимостей затрат сырья:

$$Z = A \times C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 360 \\ 360 \\ 260 \end{pmatrix}$$

Общая стоимость сырья равна:

$$P = B \times Z = \begin{pmatrix} 90 & 130 & 50 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 360 \\ 360 \\ 260 \end{pmatrix} = 92200$$

Одинаковость данных результатов (92200) получена благодаря выполнению ассоциативного закона произведения матриц: $(BA)C = B(AC)$

Домашнее задание

Домашнее задание

1. Определите количество элементарных событий для экспериментов:

- производится выстрел по мишени, представляющей собой 10 концентрических кругов, занумерованных числами от 1 до 10;
- три раза подбрасывается игральная кость;
- наудачу извлекается одна кость из полной игры домино.

2. Из какого количества элементарных событий состоит пространство элементарных событий для следующего испытания: производится выстрел по мишени, представляющей собой 10 концентрических кругов, занумерованных числами от 1 до 10, а затем столько раз кидается игральная кость, сколько очков выбито на мишени.

3. Рассмотрим эксперимент: трижды подбрасывается монета. Сколько элементарных событий соответствует событию: выпало чётное количество орлов?

4. У нас есть пакет, в котором лежит 15 шариков, 9 из которых фиолетового цвета, а остальные белые. Какова вероятность вытащить из пакета один белый шарик?

5. В автомате, продающем, маленькие мячики есть мячи 5 цветов: 21 синих, 30 красных, 15 зеленых, 8 белых, а остальные желтые. Всего в автомате 90 мячиков. Какова вероятность, что Коле достанется мяч не синего цвета.

6. На конкурсе выступают 11 участников из Казани, 6 участников из Нижнего Новгорода, 3 участника из Москвы и 7 участников из Твери. Порядок выступления в конкурсе определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что последним будем выступать конкурсант из Нижнего Новгорода? Результат округлите до сотых.

7. В портфеле у Васи лежали учебники по алгебре, геометрии, химии, биологии и литературе. Вася не глядя вынимает один учебник, какова вероятность того, что он вытянул алгебру?

8. В соревнованиях по борьбе участвуют 73 участника. Из них 25 участников из Москвы, в том числе Б. Егоров. На пары участники разбиваются с помощью жеребьевки. Какова вероятность того, что противником Б. Егорова станет участник из Москвы? Результат округлите до сотых.

9. Петя подбросил два игральных кубика. Какова вероятность того, что в сумме выпадет не менее 9 очков.

10. Маша подбрасывает два игральных кубика. Какова вероятность того, что в сумме на кубиках выпадет 6 очков? Результат округлите до сотых.