Лабораторная работа №1. Элементы теории чисел

**Цель работы**: Ознакомить студентов с канонической формой представления чисел, нахождением количества делителей произвольного числа, нахождением наименьшего общего кратного (НОК) и наибольшего общего делителя (НОД) нескольких чисел, нахождением евклидовых чисел.

**Теоретические пояснения**

**1.Представление чисел в канонической форме**

Любое целое положительное число N может быть представлено в так называемой канонической форме, т.е. в виде произведения некоторых простых чисел в соответствующих степенях, а именно:

N = p1 n1p2 n2…pk nk, (1)

где p1,p2,…,pk – простые числа, n1,n2,…,nk – целые положительные числа.

Простым числом p называется целое, которое не имеет никаких делителей кроме 1 и самого себя. Начальный ряд простых чисел (кроме 1, которое условно также принимается за простое число): 2,3,5,7,11,13, 17,19,23,29,31,37, 41,43…

Для перевода числа N в каноническую форму можно воспользоваться следующим алгоритмом. Число N делится на наименьшее простое число 2 до тех пор, пока возможно деление без остатка. Затем делится на следующее простое число 3 и т.д. После чего выписывается (1).

**Пример.** N = 560; 560 : 2 = 280; 280 : 2 = 140; 140 : 2 = 70; 70 : 2 = 35. Число 35 на 2 нацело не делится. На 3 также не делится. Делим на 5; 35 : 5 = 7. Число 7 простое, следовательно, каноническая форма числа 560 = 245171.

**2.Нахождение количества делителей числа N**

Если N представлено в канонической форме (1), то количество делителей числа N, обозначим его D(N), вычисляется следующим образом:

D(N) = (n1+1)(n2+1)…(nk+1).

Так, для числа 560 количество делителей D(560) = (4+1)(1+1)(1+1) = 20. Если N = P – простое число, то количество его делителей равно 2 (1 и само число P).

**3.Нахождение НОК и НОД чисел**

Пусть два числа N1 и N2 представлены в канонической форме:

N1 = p1 n1p2 n2…pk nk

N2 = p1 s1p2 s2…pk sk

Тогда НОК (N1,N2) = p1 max(n1,s1) p2 max(n2,s2) … pk max(nk,sk), а

НОД (N1,N2) = p1 min(n1,s1) p2 min(n2,s2) … pk min(nk,sk).

**Примеры 1.** Найти НОК и НОД следующих пар чисел:

a) 575 и 155

b) 840 и 188650

c) 4851 и 29106

d) 975 и 616

Если в каноническом представлении одного из чисел отсутствует какой-либо простой сомножитель, его можно ввести в нулевой степени. Например, для чисел N1 = 235271 и N2 = 3151112 прежде чем находить НОК и НОД требуется их привести к одинаковой форме, т.е. сделать так, чтобы в каноническом представлении обоих чисел присутствовали бы одинаковые простые числа в соответствующих степенях, а именно:

N1 = 23305271110;

N2 = 20315170112.

Тогда НОК (N1,N2) = 23315271112 = 508200,

НОД (N1,N2) = 20305170110 = 5.

**Примеры 2** . Найти НОК и НОД следующих пар чисел:

a) N1 = 440 ; N2 = 6050

b) N1 = 234 ; N2 = 4125

c) N1 = 66550 ; N2 = 40131

d) N1 =388 ; N2 = 1647

Приведенный алгоритм легко обобщается на произвольное количество чисел, для которых требуется определить НОК и НОД.

**Примеры 3.** Найти НОК и НОД для следующих наборов чисел:

a) N1 = 60 ; N2 = 350 ; N3 = 495;

b) N1 =265 ; N2 = 104 ; N3 = 93.

c) N1 = 2100 ; N2 =630 ; N3 = 5880; N4 = 9450;

d) N1 = 700 ; N2 = 495 ; N3 = 104; N1 = 103 ; N2 = 260 ; N3 = 121.

**4.Нахождение евклидовых чисел**

Если P-1 представляется в виде произведения простых чисел в первых степенях, т.е. P-1 = p1p2p3…ps., то P-1 называется евклидовым числом. Например, P=23. P-1 = 22 = 21111

**Пример.** Проверьте, какие из приведенных простых чисел при вычитании 1 являются евклидовыми: 11,29,31,43,53,59,71.

**Порядок выполнения лабораторной работы**

1. Запустите программу проверки числа. Эта программа позволяет выделить наименьший простой сомножитель из любого числа. Так, если Вы ввели число N, то программа представит его в виде N =p\*q’, где p – наименьший простой сомножитель числа N. Например, Вы ввели число 21571. Программа представит его в виде: 11\*1961. Если теперь ввести число 1961, то программа это число представит в виде: 37\*53. Таким образом, каноническое представление числа 21571 = 11\*37\*53. Ознакомьтесь с работой программы и выполните все примеры, приведенные в теоретической части.
2. Найдите 3 трехразрядных евклидовых числа. Для этого возьмите несколько простых чисел, вычтите из каждого 1 и представьте в канонической форме. Если P-1 будет иметь вид: P-1 = p1p2p3…ps., то P-1 – евклидово число.
3. Оформите отчет. Отчет должен содержать:

a) Титульный лист с указанием университета, кафедры, дисциплины, названия лабораторной работы, № группы, фамилии студента и преподавателя.

b) Описание всех вычислений.

c) Выводы по всем пунктам.